Cadernos MEC

Matemática

PCDC 4

ÁLGEBRA I

Esta edição de Cadernos MEC — Abaetê 1 foi patrocinada pela FENAME — Fundação Nacional do Material Escolar, sendo Presidente da República o Excelentíssimo Senhor Marechal Arthur da Costa e Silva e Ministro de Estado da Educação e Cultura o Deputado Tarso Dutra.

Aluno _____

Colégio _____

Série _____ Turma _____

Cadernos MEC

Álgebra 1

2.ª edição

Francisco Diniz Junqueira
Raimundo Nonato Tavares
Manoel Jairo Bezerra

FENAME - FUNDAÇÃO NACIONAL DE MATERIAL ESCOLAR
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA

A Fundação Nacional de Material Escolar deseja estimular no estudante brasileiro a compreensão da Matemática moderna através de processos de uma pedagogia adequada, admitindo que qualquer grandeza pode-se expressar em números pela Aritmética, em números e símbolos pela Álgebra, e em linhas pela Geometria, por meio do método gráfico.

A Matemática pode ser tida como uma língua, a língua científica por excelência, a qual deve ser aprendida já na infância, para criar no espírito hábitos de objetividade e precisão, que serão muito úteis no estudo das ciências naturais, subordinadas a relações exatas e invariáveis, originadas da natureza das coisas. Por isso, sôbre a Análise Matemática, o grande físico Fourier doutrinava: "Não pode haver linguagem mais universal e mais simples, menos sujeita a erros e obscuridades, isto é, mais digna de exprimir as relações invariáveis dos sêres naturais. Considerada sob êste ponto de vista, a Análise Matemática é tão extensa como a própria natureza, define tôdas as relações sensíveis, mede os tempos, os espaços, as fôrças, as temperaturas; esta difícil ciência forma-se lentamente, mas conserva todos os princípios uma vez adquiridos. Desenvolve-se e fortalece-se constantemente, no meio de tantos erros do espírito humano."

Assim, cumpre lecionar a Matemática sob forma concreta, indo do concreto para o abstrato, uma vez que os conceitos de relação de grandeza, ordem, forma, espaço e continuidade penetraram na Matemática pelas percepções intuitivas do ser humano, percepções vinculadas ao mundo externo circunstante e às formas dos objetos reais, razão pela qual essa ciência deve ser ministrada experimentalmente aos jovens, mediante a observação e a experiência no que fôr possível.

Essa orientação foi magistralmente pôsta em prática pelos Professôres Francisco Diniz Junqueira, Raimundo Nonato Tavares e Manoel Jairo Bezerra, que redigiram os três Cadernos MEC — ARITMÉTICA, ÁLGEBRA e GEOMETRIA, que compõem a coleção de Matemática da Fundação Nacional de Material Escolar.

Estamos certos de que a 2.ª edição do presente Caderno MEC — ÁLGEBRA I, escrito com arte e sabedoria, continuará merecendo a melhor aceitação por parte dos nossos estudantes, que dispõem de excelente instrumento para a aprendizagem segura da Álgebra Elementar.

Rio de Janeiro, março de 1969

Humberto Grande
Diretor Executivo da
Fundação Nacional de Material Escolar

Meu caro aluno:

Este caderno pretende ajudá-lo a aprender melhor, e, sempre que possível, de maneira interessante, esta parte da Matemática, a Álgebra.

Procuramos dar-lhe uma aparência agradável e divertida, mas não pudemos evitar um grande número de exercícios de cálculo apresentados na forma clássica, necessários não só à fixação como ao domínio do mecanismo algébrico.

Nesta segunda edição, no final do Caderno, acrescentamos algumas séries de exercícios sôbre Matemática Moderna.

Estamos certos de que, com a orientação de seu Professor e o auxílio de seu livro de Matemática, você encontrará neste Caderno um excelente recurso para uma eficiente aprendizagem de Álgebra Elementar.

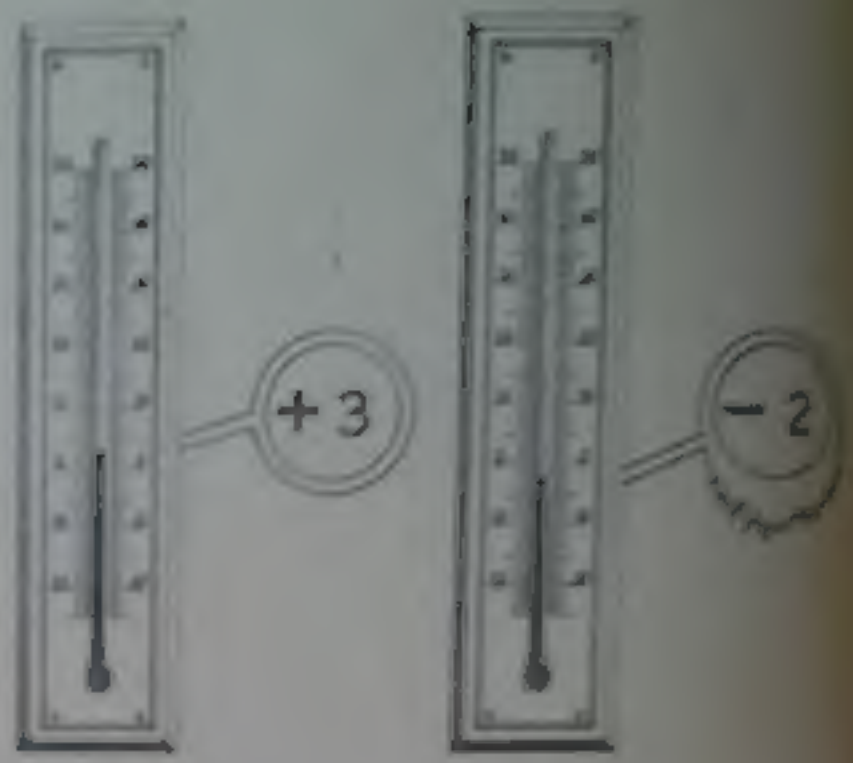
E, se assim for, consideremos válido o nosso esfôrço.

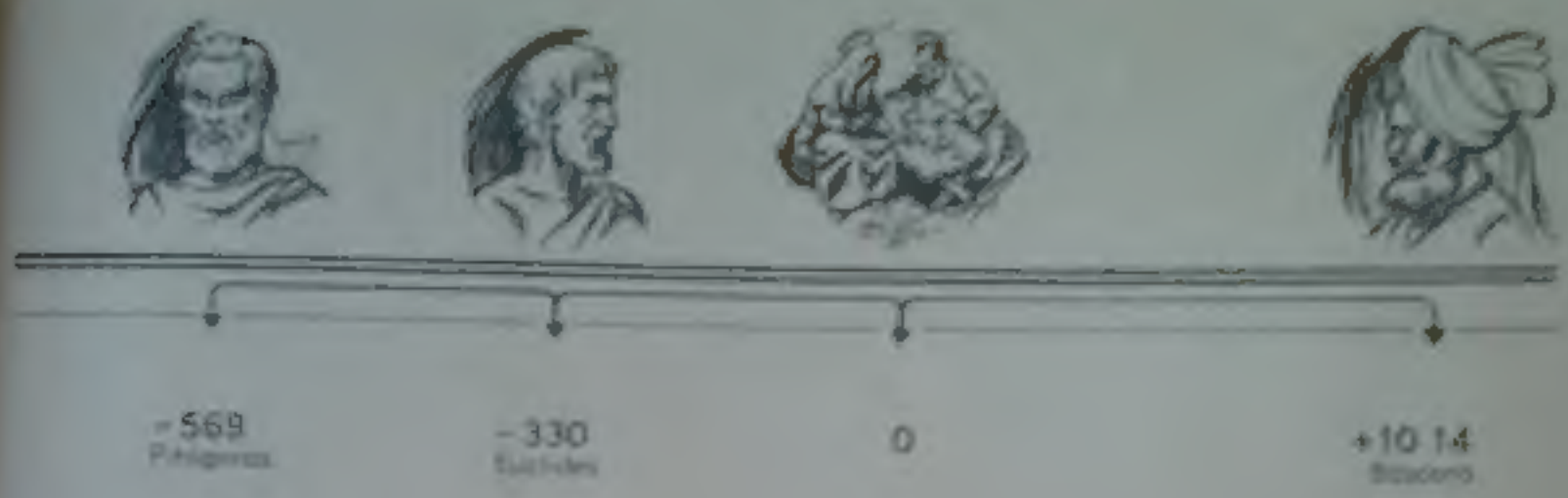
Francisco Diaiz Junqueira
Raimundo Nonato Tavares
Manoel Jaime Bezerra

NÚMEROS RELATIVOS

EXERCÍCIO 1:

Em S. Joaquim, cidade do Estado de Sta. Catarina, num dia de inverno, as temperaturas máxima e mínima foram as indicadas ao lado. Qual a variação de temperatura nesse dia?





EXERCÍCIO II:

Complete as seguintes lacunas:

a) A soma dos números relativos que representam os anos de nascimento dêsses matemáticos é igual a

b) A diferença entre a soma dos números relativos que representam os anos do nascimento de Pitágoras e Euclides e o de Bháscara é igual a

c) O triplo do ano do nascimento de Euclides excede o de Pitágoras de

d) O número de anos que se deve somar ao ano do nascimento de Euclides para se obter o de Bháscara é igual a

e) Se somarmos ao ano do nascimento de Bháscara, obtemos o do nascimento de Pitágoras.

f) O simétrico do ano do nascimento de Euclides é

g) O valor absoluto do ano do nascimento de Pitágoras é o ano

h) A soma dos valores absolutos dos anos de nascimento de Pitágoras e de Euclides menos o simétrico do de Bháscara é igual a

i) O número − 569 é maior ou menor que − 3307

j) Que número se deve somar a − 569 para se obter − 3307

EXERCICIO III:

Efetue e coloque os resultados no quadro ao lado.

1) O simétrico do resultado de

$(-2) \times 0 \times (-3) - (+112)$

2) A diferença entre o maior e o menor dos números -82 e 23.

3) 'Q' produto do cubo de -5 pelo simétrico de 2.

Nota: Observe que as respostas podem ser lidas na horizontal ou na vertical.

1	2	3
2		
3		

EXERCICIO IV:

Números cruzados.

Horizontal:

1) Quadrado de -11.

2) Quociente de -306 por -3.

3) O número que somado a -100 dá 111.

Vertical:

1) Produto de $(-2)^3$ pelo simétrico de -7.

2) Número que se deve subtrair de -7 para se obter -205.

3) Resultado de $\left(-\frac{1}{11}\right)$ elevado a menos 2.

1	2	3
2		
3		

EXERCÍCIO V:

Números cruzados

Horizontal:

1) Número de 3 algarismos, começando pelo resultado de

$$(-2)^3 \cdot (-3) - (+7) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 4^2$$

2) Valor absoluto do triplo de -119

3) Número de 3 algarismos cujo valor absoluto do algarismo das dezenas é o resultado de -7 elevado a zero.

Vertical:

1) Número de 3 algarismos, terminado pelo valor absoluto de $(-2)^4$

2) Número formado pelos 3 últimos algarismos do ano de início do 2.º governo constitucional de Getúlio Vargas

3) Resultado de $(-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-4) \cdot (-15) + 162^0$

Observação: Se você acertou, somando os números dos quadrinhos na horizontal, na vertical e nas diagonais do quadrado, terá sempre o mesmo resultado.

Você sabia que...

... a palavra "álgebra" é de origem árabe?

... são várias as hipóteses sobre explicar a origem deste vocábulo?

... a hipótese mais aceitável é a de prover essa palavra da palavra "al-gebr"?

... a palavra "algebr", na Assíria, significava "igual posição"?

1	2	3
2		
3		

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

EXERCÍCIO VI:

Classifique as expressões, colocando um **C** na coluna ou nas colunas correspondentes. Tome como exemplo o que fizemos na primeira linha

Expressões algébricas	racionais inteiras	racionais fracionárias	irracionais	reduzíveis	homogêneas	completas
$2x^3 - 3x^2 - 4x + 3$	C			C		C
$3x^4 - 2x^2 - x + 2$						
$x^3 + x^2y + xy^2 + y^3$						
$2x\sqrt{y} + 3y + 1$						
$2xy\sqrt{\ } + 2y^2 + 1$						
$\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} + 2$						
$2x^{-3} - 7x^{-1} + 3$						
$2x^2 - 3x^2\sqrt{2} + 2x\sqrt{3} + 4$						
$\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} + 2$						
$x^2 - xy + y^2$						

EXERCICIO VIII

EXERCICIO VII:

Coloque o número correspondente ao grau de cada expressão na coluna da direita. No caso de a expressão não ter grau, coloque um ?

EXERCICIO IX:

Suprima os sinais de reunião e reduza os termos semelhantes

1) [illegible] $x + y) +$
$+ (a + b$ [illegible]

2) $m - [n - (p - m)] =$

3) $2r - \{ r + [4r - (p + 2r]\} =$

EXERCICIO X

[illegible]

1) a b $[a -$ (b [illegible]

2) $2r$ $[v$ [illegible]

EXERCÍCIO XI:

Faça com o máximo de atenção, os exercícios seguintes

1) Do polinómio $2a^2$ [illegible] $m + 2$ subtraia $a^2 - 4a + 2$

2) Qual o excesso de $3x^2$ [illegible] $xy + y^2$ sôbre [illegible]

3) Subtraia $a^2 + ab - b^2$ de $a^2 - ab + b^2$

4) Subtraia o triplo da soma de 2 números consecutivos do dôbro de sua diferença, sendo x o maior dêsses números

5 [illegible]

6 Subtraia a diferença entre $2t^2 - t + 3$ e $t^2 + 2t - 1$ da soma de $t^2 + 1$ com [illegible]

7 [illegible]

8 [illegible]

9 Quanto devemos subtrair de $2y^2 - 3y +$ [illegible]

10 [illegible] trinômio de 2.º grau?

11 [illegible]

EXERCÍCIO XII

EXERCÍCIO XIII:

Simplifique as expressões abaixo

1) $2(m - x) + 3(m + 2x) - 4(m + x$

[illegible]

[illegible] $a^2 + 1) \quad a^2(a^2 + 1) + 2(a^2 \quad a^2) =$ [illegible]

6 $\frac{1}{2}\left(x - 2y\right) \quad \frac{3}{4}\left(y - 2x\right) =$ [illegible]

[illegible] $\left(\quad \frac{1}{3} \quad x^2\right) =$

[illegible] $22(a \quad b)^2 \left[\quad 18(a \quad b)^2\right] =$ [illegible]

EXERCICIO XIV

[illegible] sempre o fator [illegible]

EXERCICIO XV

Efetue as seguintes divisões

EXERCICIO XVI:

Efetue e reduza os termos

EXERCICIO XVII

Curiosidade

Peça a seu amigo

1

2

3

4

5

EXERCICIO XVIII:

[illegible] um trinomio por um b[illegible] trinomio, [illegible] termos

2 [illegible] m b trinomio por um tri[illegible] minomio, [illegible] termos

3 [illegible]

4 [illegible] entre parenteses, precedidos do [illegible] mos termos do polinomio [illegible]

[illegible] entre parenteses, precedidos do [illegible]

5 [illegible]

6 [illegible]

EXERCICIO XIX

[illegible]

1 Se n é um numero natural o sucessor [illegible]

2 Se x é um numero par, os numeros pares imediatamente superior e inferior são, respectivamente, [illegible] e

3 Se a cadernos custam c cruzeiros, uma duzia custará [illegible]

4) Se um pai tem 27 anos e seu filho, 2

a) daqui a 5 anos o pai terá [illegible] anos e o filho, [illegible] anos

b) daqui a x anos o pai terá [illegible] anos e o filho, [illegible] anos

5 O tempo gasto por um movel [illegible] para percorrer uma distancia d é [illegible]

6 Numa divisão, o divisor é b, o quo[illegible] tivel, o expoente do dividendo é [illegible]

7 [illegible]

8 [illegible]

EXERCICIO XX:

Adivinhacao:

Peça ao seu amigo 1 º: Pensar um numero 2 º: Subtrair uma unidade desse numero 3 º: Calcular o dobro da diferença encontrada 4 º: Somar ao resultado encontrado o numero pensado

Peça lhe dizer o resultado, que você adivinhará o numero pensado

Para de adivinhação basta somar dois ao resultado fornecido e calcular o terça parte

Exemplo

Se o seu amigo pensou o numero 5, en-

Somando 2 a esse resultado, temos 15 e dividindo 15 por 3, obtemos 5

EXERCICIO XXI:

Estude no seu livro o assunto "

cao" e complete as seguintes

1)

2) $a^m \cdot a^n =$

3) Fator ^{m}

4) $\left(\frac{a}{b}\right)^m =$, m e $b \neq 0$

EXERCICIO XXII

EXERCICIO XXIII:

Dê o resultado das seguintes expressões numa potência de uma única base

Cole aqui a figura colorida nº 6

PRODUTOS NOTÁVEIS

EXERCÍCIO XXV

obtem o
o valor o

EXERCÍCIO XXVII:

Desenvolva

(

EXERCÍCIO XXVI:

Ex os seguintes binômios

(

(-) -

(

Cole aqui a figura colorida nº 7

EXERCICIO XXVIII:

Observe atentamente as faces coloridas dos blocos de um "Algebloc", que aparecem na ilustração, e verifique que $(a + b)$

EXERCICIO XXIX:

Aplicando a regra do produto de um binômio pelo seu conjugado, calcule os seguintes produtos

$(\quad + \quad)(\quad \quad)$

$(\quad + \quad)(\quad \quad)$

$(\quad + \quad)(\quad \quad)$

$x)\ (a - x)\ (x + a) =$

$)\ (x_1^2 + x_2^2)\ (x_1^2 \quad - x$

EXERCICIO XXX:

Verifique que $(a + b)^2 - (a - b)^2$ é igual a [illegible] e, a seguir, faça os seguintes exercícios:

EXERCICIO XXXI:

[illegible] exercícios no caderno de rascunho [illegible] apenas os resultados nos lugares [illegible]

[illegible]

[illegible] $+ (4 + 5)^2$

[illegible] $(2x + 1)^2$

[illegible] $(2x + 4)(2x - 4)$

[illegible] $(y + 5)(y - 3)$

6. [illegible] $+ 5$ [illegible]

7. $(x + 1)(x - 1) - (x + 3)(x + 3)$

8. $(m + 1)^2 - 3(1 - m)^2$

9. $3x - 2(x + 3) - 2(x +$ [illegible]

10. $2(K + 3)(K + 7) +$ [illegible]

EXERCICIO XXXII

1) Some o quadrado de [illegible] x [illegible] $x + 5$ por [illegible]

2) Calcule a diferença entre o quadrado de $y + 1$ e o quadrado de $2y + 1$

3) Calcule o excesso do produto de $x + 2$ por $x + 7$ sobre o quadrado de $2x + 1$

4) [illegible]

5 [illegible]

6 [illegible]

7 [illegible]

EXERCICIO XXXIII:

Complete fazendo os cálculos necessários no rascunho

[illegible]

EXERCICIO XXXIV:

[illegible]

[illegible]

FATORAÇÃO

EXERCICIO XXXV:

Ponha em evidência de acôrdo [illegible] gerido pela parte colorida da [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Cole aqui a figura colorida n° 8

EXERCICIO XXXVI:

Decomponha em um produto de 2 fatôres

EXERCICIO XXXVII

EXERCÍCIO XXXVIII

Aplicando a mesma regra do exercício [illegible]

1) $(a + b)^2 - c^2$

2) $a^2 - (b + c)^2$

[illegible]

[illegible]

13) $(a + b)^2 (a - b)^2 - (c - d)^2$

14) $(a - b)^2 - (c + d)^2$

[illegible]

[illegible]

17) $8(x + a)^2 - 4xy^2$

18) $2(x - y)^2 - 8(x + y)^2$

[illegible] $(4p - q)^2 - 8(4p + q)^2$

[illegible] $(3m + n)^2 - 12(m - n)$

Cole aqui a figura colorida n.º 9

EXERCICIO XLI:

Baseado no quadrado de um [illegible]

EXERCICIO XL:

[illegible]

Veja Ex. XXXIX, fatore os e[illegible]

[illegible]

EXERCICIO XLII:

[illegible]

[illegible]

EXERCICIO XLIII:

[illegible]

[illegible]

EXERCÍCIO XLIV:

Fatore, agrupando termos

1

2. [illegible]

3. [illegible]

4. [illegible]

5. [illegible]

EXERCÍCIO XLV:

Fatore dois tipos [illegible]

[illegible]

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

EXERCICIO XLVI:

FRAÇÕES

EXERCICIO XLVII:

Simplifique as frações

$$\frac{[illegible]}{[illegible]} =$$

$$\frac{[illegible]}{[illegible]}$$

$$\frac{2a^6b^4c^3}{a^3b^4c^3[illegible]}$$

EXERCICIO XLIX:

Efetue, no caderno de [illegible] o resultado no lugar indicado.

1) $\frac{3x^2}{4xyz} - \frac{3y^2z}{10x^2yz} =$

2) $\frac{6a^2b^3}{4x^2y} \cdot \frac{12xy^2}{2} =$

3) $\frac{[illegible]}{12ab^2} \div \frac{[illegible]}{3ab^2} =$

4) $\frac{a+b}{4b} \cdot \frac{6a^2}{(a+b)^2} =$

EXERCICIO XLVIII:

[illegible]

EXERCICIO 1:

Efetue no caderno de [illegible] apenas o resultado [illegible]

EXERCICIO LI-

EXERCICIO LII:

Empregando o artifício do exercício ante

EXERCÍCIO LIII:

Complete

1) Se uma torneira enche um tanque em x horas, em y horas enchera do

2) Uma torneira enche um tanque em x horas e outra, em y horas. As duas, funcionando simultâneamente, enchem, em uma hora, do tanque

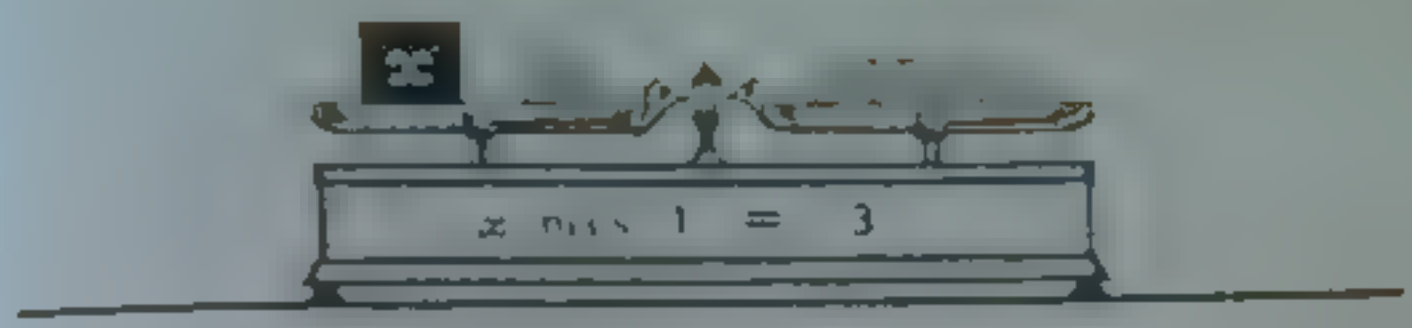
3) Se x maçãs custam $c + 5$ cruzeiros $x - 3$ maçãs custarão cruzeiros

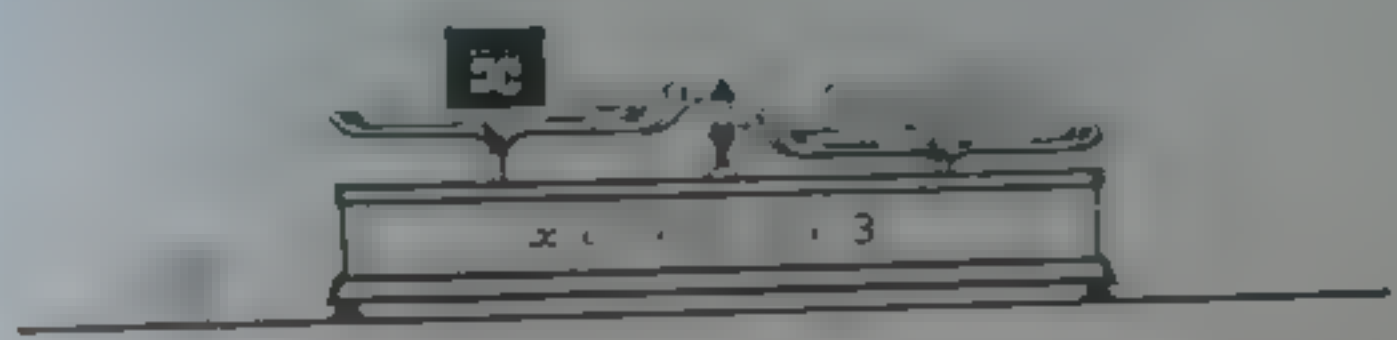
4) Se a soma de 2 numeros é s e a diferença é d, o menor desses numeros é dado pela expressão

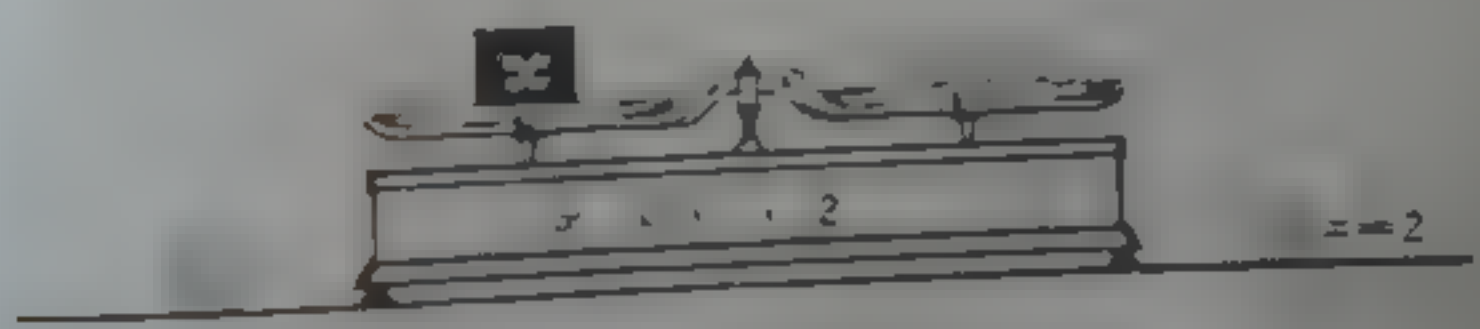
5) 10 pessoas cotizaram-se para comprar um terreno por c cruzeiros. Uma delas desistiu. Cada uma das restantes pagou a mais cruzeiros

6) Uma pessoa comprou x cadernos por x cruzeiros. Se tivesse comprado menos 3 cadernos pela mesma soma, cada caderno teria custado mais

7) [illegible] é o triplo do da primeira fração, será







Você sabia que

EXERCICIO LIV:

Estudo dirigido

1 Abra o [illegible] dirigido no assunto equa[illegible].

2 Procure responder, consultando o seu livro, as perguntas que vêm abaixo.

3 Procure localizar, no livro adotado, coisa não sabe resolver imediatamente, a definição, regra ou propriedade [illegible]

1.ª Parte

1 [illegible]

2 [illegible]

3 [illegible]

4 [illegible]

5 [illegible]

6 [illegible]

7 [illegible]

4 [illegible]

5) A equação abaixo, cujas incógnitas [illegible]

6 [illegible]

7 A [illegible]

2ª Parte

1 [illegible]

2 [illegible]

3 [illegible]

8 [illegible]

9 Simplifique a equação [illegible]

10 [illegible]

Você sabia que

a Álgebra foi criada a partir da Regra de Três. Criou-se na Alemanha um estudo de algebristas conhecidos por **Coossistas?**

o uso atual de representar as incógnitas com letras do alfabeto e as conhecidas pelas últimas x, y, z é devido a Descartes.

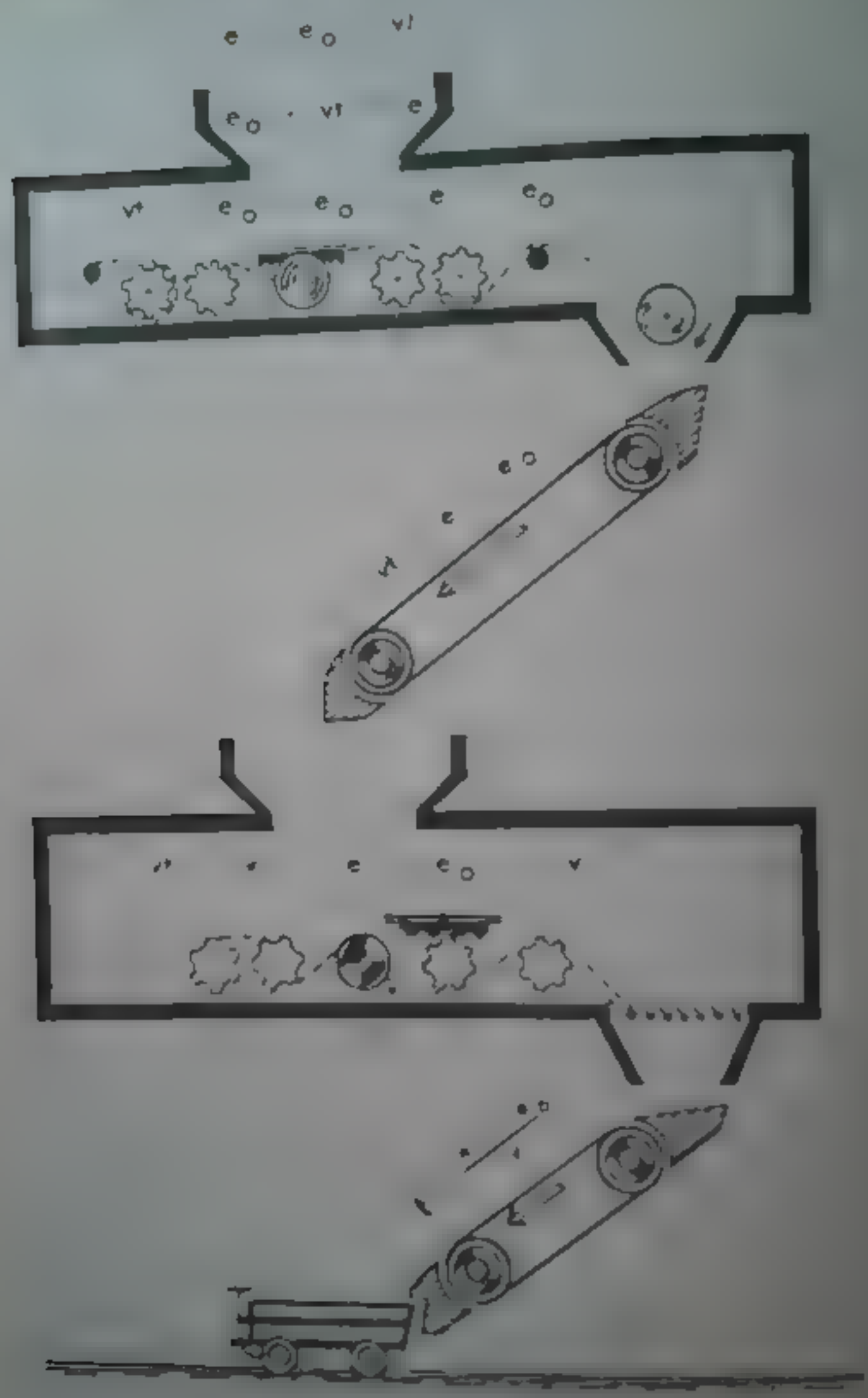
no fim do século X, os sarracenos trouxeram a escrita de 1000 e o século XVI de 1000 ?

C e aqui a figura colorida nº 12

EXERCICIO LV:

Resolva as equações no caderno de matemática e coloque apenas os resultados nos lugares indicados

Calcular o valor de t na equação



EXERCICIO LVI:

Você encontrará, quando estudar Física, alguns dos equações abaixo. Veja se é [illegible]

Incógnita	Equação	Solução
[illegible]	[illegible]	
[illegible]	[illegible]	
[illegible]	[illegible]	

EXERCICIO LVII:

Com auxílio do caderno de rascunho, responda ou complete

1) Se $a \neq 0$, a equação $ax + b = 0$ admite a solução

2) Quais os números 3, — 1, 2, 0 e — 3 são raízes da equação

[illegible]

3) Existe um valor de x que torne o valor numérico da expressão [illegible] igual a 2?

4) Que valor de x torna o valor numérico da expressão $\frac{[illegible]}{3} - \frac{x + [illegible]}{2}$ igual ao da expressão $\frac{[illegible]}{4} - \frac{[illegible]}{[illegible]} - 3$?

5) As raízes da equação

[illegible]

$x' =$ [illegible], $x'' =$ [illegible] e $x''' =$ [illegible]

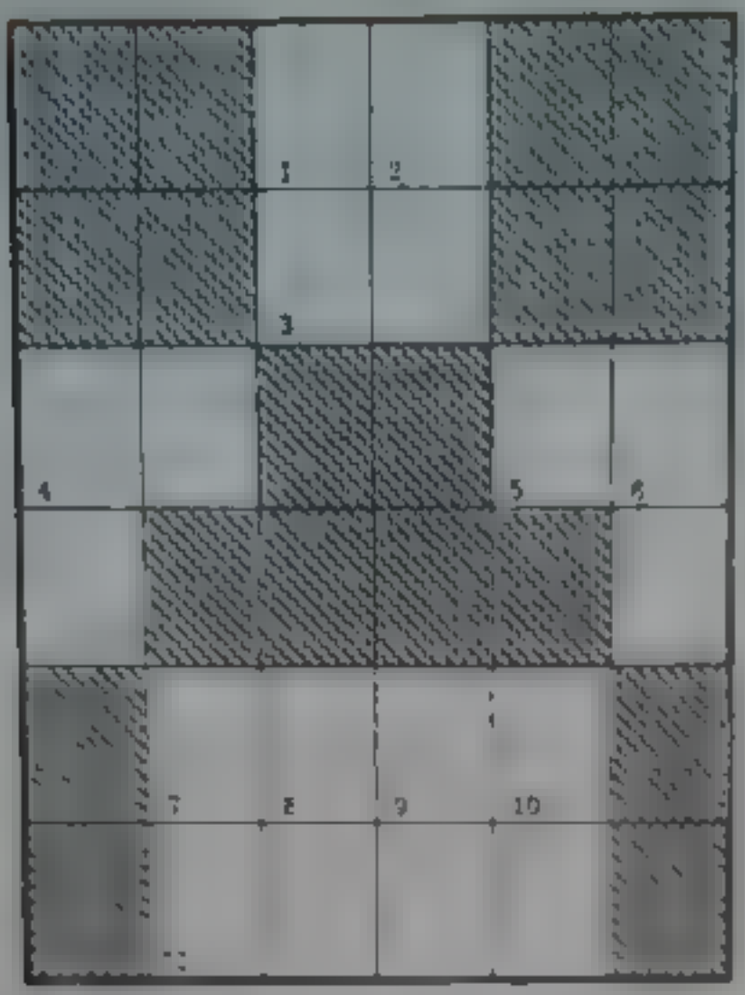
6) A equação $2x + \frac{m - 1}{2} = 2$ admite [illegible]

7) [illegible]

8) A [illegible]

9) A [illegible]

10) A [illegible]



EXERCÍCIO LVIII:

Numeros cruzados

Horizontais

1) Raiz de $2x - 46 = 0$ (dia do mês de agosto em que nasceu, no Ceará, Otto de Alencar

3) Raiz de $2x - 51 = 1$ (dia do mês de fevereiro em que faleceu Otto de Alencar

4) Raiz de $\frac{x}{7} - 3 = 5$ (número de anos que viveu Otto de Alencar)

5) Século do nascimento de Otto de Alencar

7) Ano do nascimento do grande matemático brasileiro Otto de Alencar

11) Ano em que faleceu, no Rio de Janeiro, Otto de Alencar

Verticais:

1) Solução da equação $x -$ [illegible]

2) Valor de x na equação [illegible]

4) Valor de m, para que o [illegible] $m = m - 30$ tenha [illegible]

6) Número cujos 3/5 [illegible] ta parte de 12

7 [illegible]

8 [illegible]

9 [illegible]

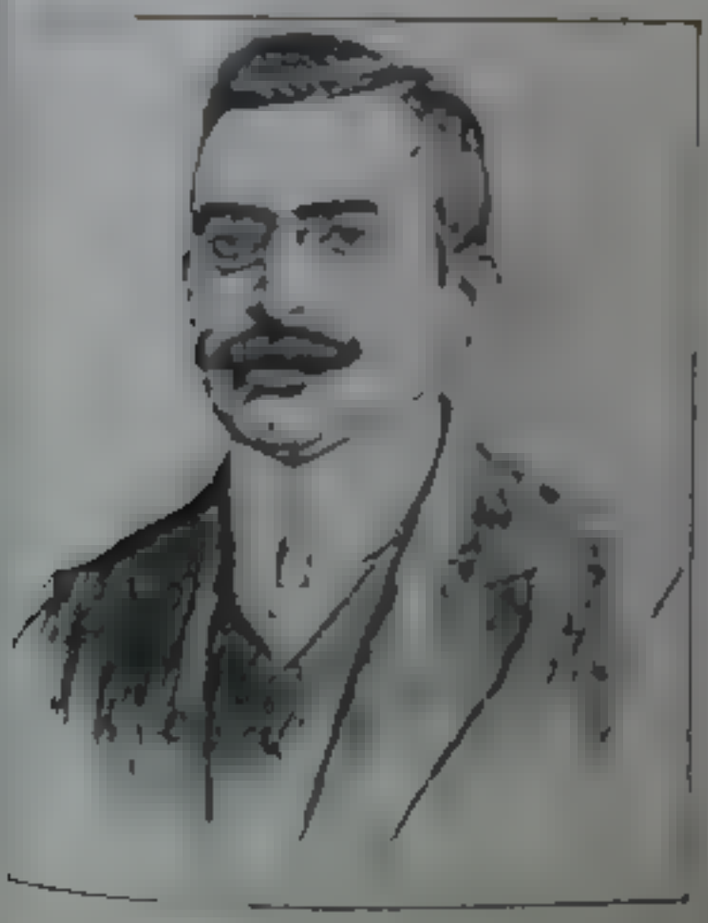
10 [illegible]

Otto de Alencar

O retrato é do matemático brasileiro Otto de Alencar.

Se você tiver feito o exercício anterior poderá completar o resumo biográfico apresentado a seguir.

Nasceu Otto de Alencar, no Estado de



PROBLEMAS DO 1.º GRAU

EXERCICIO LIX:

Problema das idades: A idade de um pai é o quádruplo da idade de seu filho. Dentro de 5 anos a idade do pai será o triplo da do filho. Calcular a idade atual de cada um.

r — idade atual do filho

Esquema:

Resolvendo a equação, tem-se

Resposta: 10 anos e 40 anos

Você pode resolver facilmente, no caderno de rascunho, os problemas seguintes, procedendo de modo análogo ao precedente:

- A idade de um pai é o triplo da idade de seu filho. Dentro de 10 anos, a idade do pai será o dobro da do filho. Qual a idade de cada um?

b) A idade de um pai é o quádruplo da

EXERCICIO LX:

Problema de número: Em um número dois algarismos, o valor absoluto de e rismo dos dezenas excede de 5

número que, somado ao 5

Calcular o número

Esquema

Equação

EXERCICIO LXI:

[illegible] ver no caderno de tos [illegible] problemas seguintes, empregando [illegible] o do anterior

a) Em um numero de dois algarismos, o [illegible] absoluto do algarismo das unidades excede de 2 o dos dezenas. Se somarmos ao numero o triplo do valor absoluto do algarismo das unidades, obtemos o numero 36. Calcule o [illegible]

b) Em um numero de dois algarismos, o [illegible] mos outro numero com os mesmos algarismos em ordem inversa. Calcular o numero

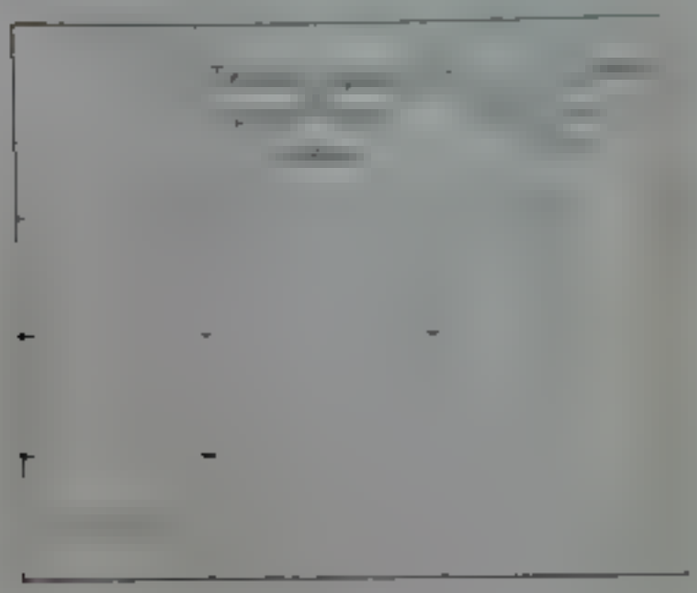
EXERCICIO LXII

Problema dos trabalhadores

[illegible]

A pode fazer uma obra em a dias e B pode fazer a mesma obra em b dias. Em quanto tempo os 2 juntos farão a mesma obra?

Esquema



Equação do problema

[illegible]

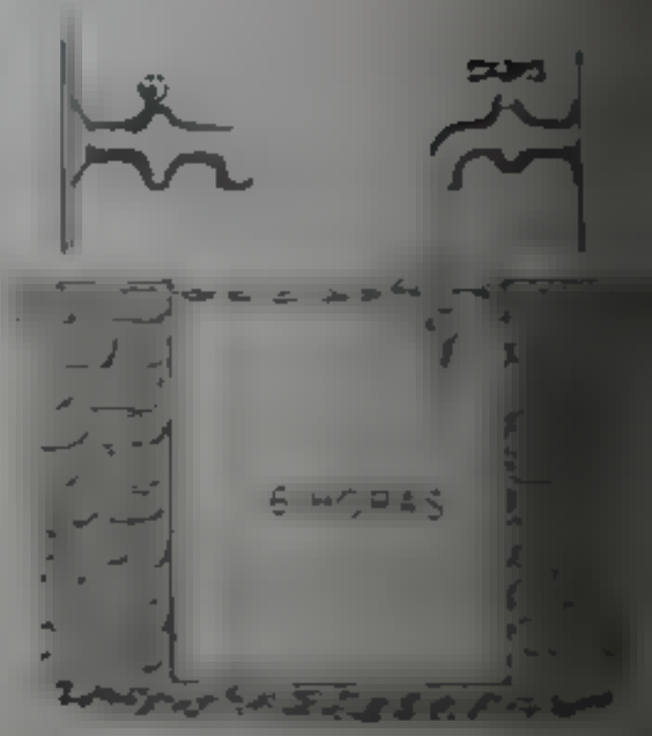
a e b

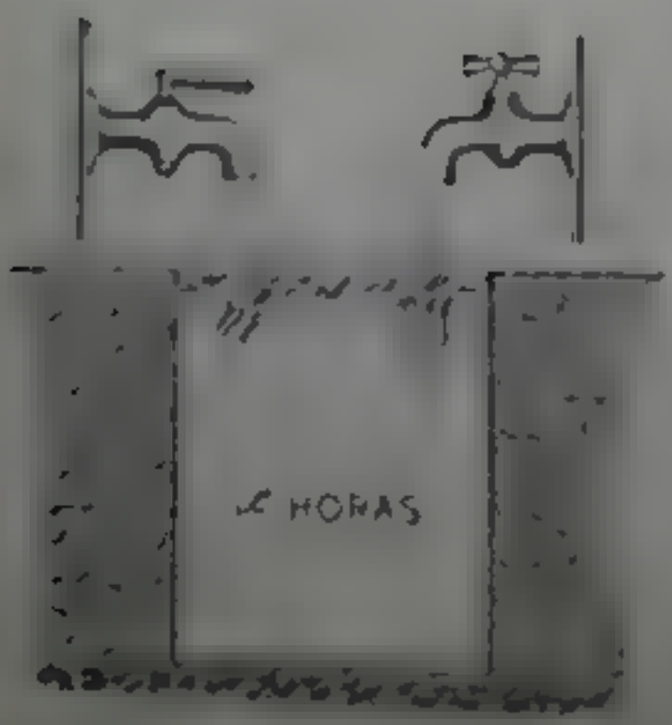
Empregando o esquema anterior, você resolverá facilmente no caderno de rascunho, os seguintes problemas

a) José pode fazer uma mesa em 6 dias e Paulo, em 8 dias. Juntos, em quanto tempo farão a mesa?

b) Luis e Antônio fazem juntos uma obra em 6 dias. Se Luis faz a mesma obra [illegible]

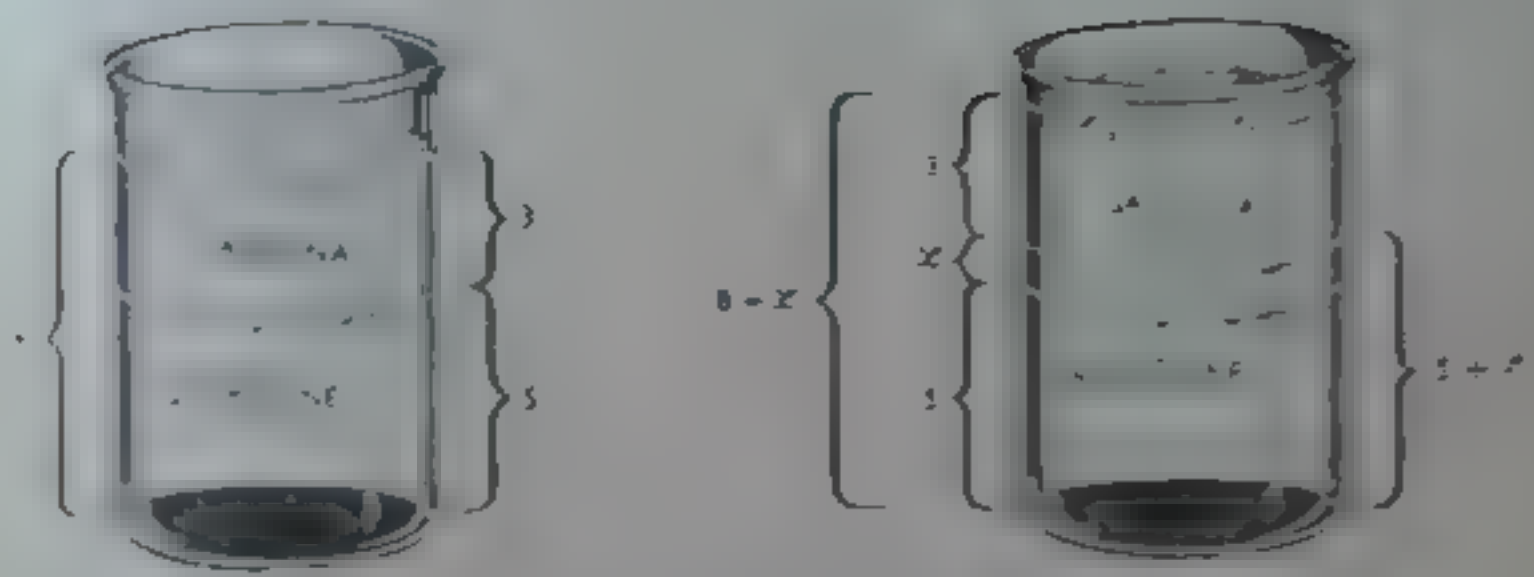

4 HORAS


6 HORAS


HORAS

EXERCICIO LXIII:

Problemas de mistura



1) 3 litros de gasolina são misturados a 5 litros

resultado seram

x — a quantidade de querosene a acrescentar

Equação

de um litro de 90 %
reduzido a 80 % de álcool puro ?
de de água procurada)

Reciclagem com álcool

Reciclagem com água. Você pode
fazer um reciclagem ecológica

D) Em um vaso há 12 litros de vinho e 14 litros de água. Em outro há 9 litros de vinho e 3 litros de água. Quantos litros devemos tirar de cada vaso para obtermos 14 litros que tenham partes iguais de vinho e água?

[illegible]

fração de vinho / água por litro da mistura de cada vaso

número de litros de vinho / água da mistura

número de litros de [illegible]

Equação

[illegible]

Gráfico

Esquema

EXERCICIO LXIV:

Problema dos Moveis

simultâneamente 2

o tempo é o mesmo para os dois

c) Lendo essa equação temos

2 cidades A e B à distância d
outro, partem, simultâneo
dois móveis que se deslocam
A, contrário O que parte de
A tem uma velocidade v, e o que sai
B tem uma velocidade v'

que distância de A se en
os 2 móveis

Solução

Esquema

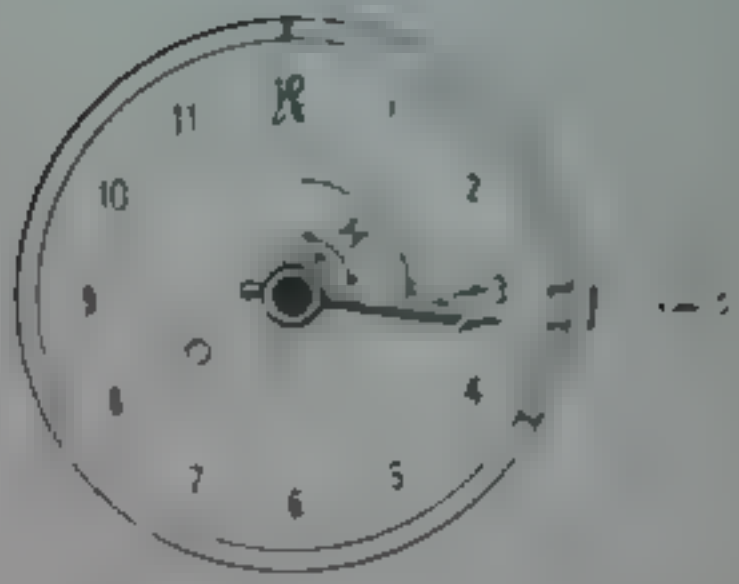
EXERCICIO LXV:

Problema do bote [illegible]
de [illegible]

A velocidade da correnteza de um rio é de 2 km/h. O tempo que o bote gasta para [illegible] km a favor da correnteza leva [illegible] e o mesmo que o bote leva para percorrer 25 km contra a correnteza leva [illegible] min. Qual a velocidade do bote na água

Esquema

Equação



EXERCICIO LXVI:

Problema do relogio

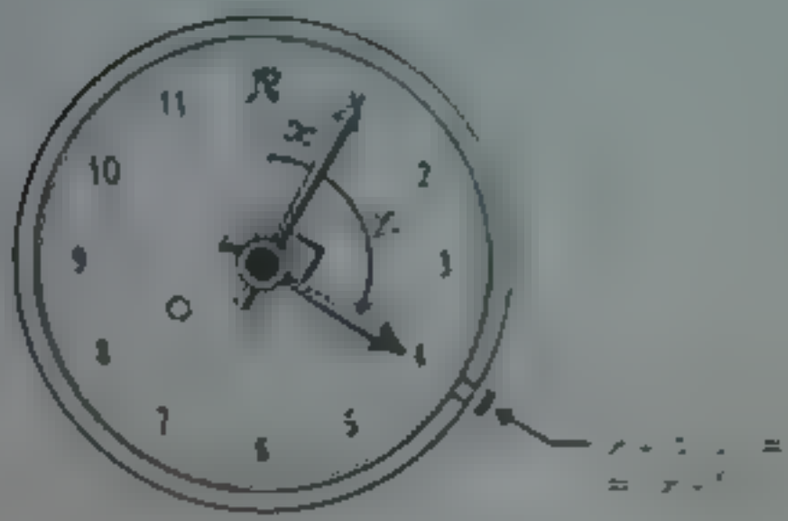
Esquema

Equacao

Esquema

Equacao


12
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
25


12
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
x
y

Sabe-se que

1º Mr. Daniel mora em [illegible]

2 O guarda freios mora no [illegible] ponto entre Detroit e C[illegible]

3º Mr. Jones ganha [illegible] dólares por mês

4º Smith bate o fogueiro no [illegible]

5º [illegible] freios [illegible] exatamente três vezes mais [illegible] guarda freios

6º O passageiro do mesmo [illegible] guarda freios mora em C[illegible]

Pergunta-se

1º Qual o nome do maquinista?

2 Por que?

Resposta: o nome do maquinista [illegible]

Detroit
Daniel [illegible]

Dedução:

Smith não é o fogueiro em [illegible]

EXERCICIO LXVII

Curiosidade

EXERCICIO LXVIII:

Problemas curiosos

[illegible]

[illegible]

Capturaram a serpente do mar!

Está brincando, não passa de um [illegible]

[illegible]

A cauda tem o comprimento da cabeça mais a metade do tronco, diz uma pessoa bem informada.

A cabeça tem o metade do comprimento de todo o corpo, declara outra [illegible]

[illegible]

com base nessa informação, calcular o comprimento da serpente do mar?"

Uma formiga corta folha africa tem o mesmo número de irmãos e irmãs, o [illegible] homem tem duas vezes mais,

3 [illegible]

O intervalo de tempo, para a máquina [illegible] 378 metros de comprimento é 25 segundos.

Calcule o comprimento do trem.

Você sabia que

[illegible]

o adjetivo linear é devido ao fato de o "ente geométrico" associado a essa equação ser uma reta?

o grau de um sistema é o produto dos [illegible]

SISTEMAS DO 1.º GRAU

EXERCICIO LXIX:

Resolver, no caderno de rascunho, os seguintes sistemas

4) $\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}3y = 0{,}8 \\ 0{,}4x - 0{,}1y = 0{,}2 \end{cases}$

5) [illegible]

6) [illegible]

7) [illegible]

8) [illegible]

9) [illegible]

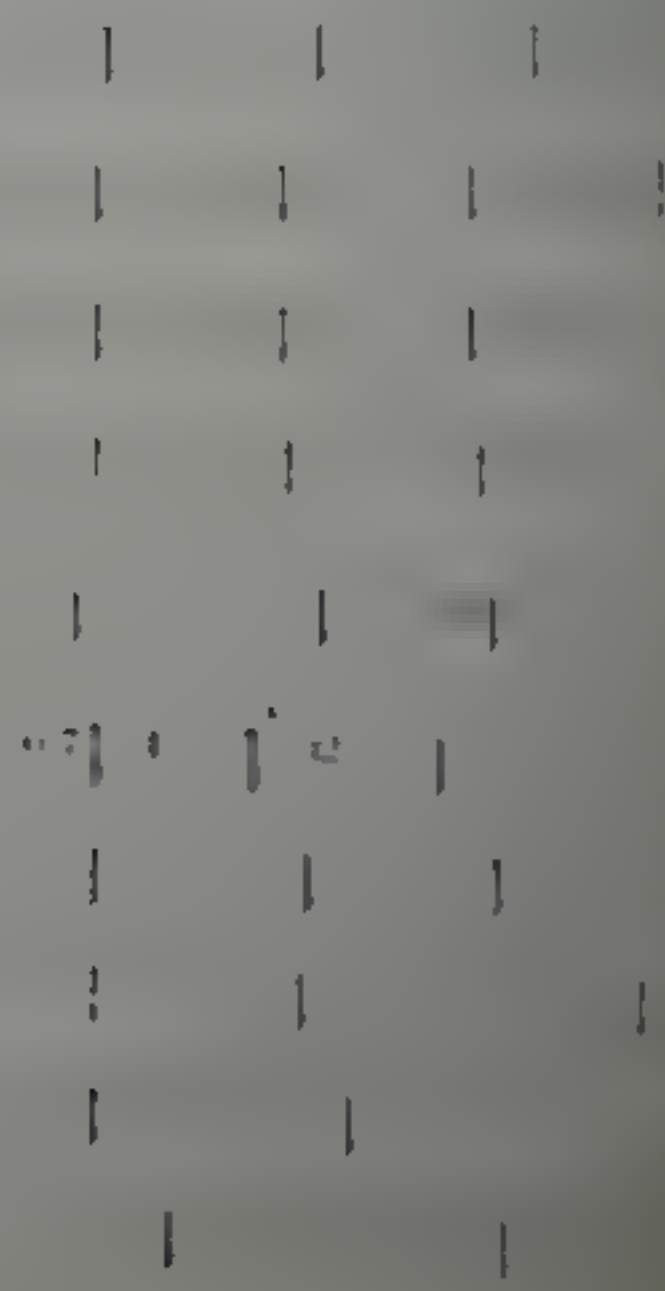
RADICAIS

EXERCICIO LXX

EXERCICIO LXXI:

EXERCICIO LXXII.

EXERCICIO LXXIII



EXERCICIO LXXIV

EXERCICIO LXXV:

EXERCICIO LXXVI:

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

EXERCICIO LXXVII:

1) $(1\sqrt{3}+1)(1\sqrt{3}-\ )$

2) $(2+1\sqrt{3})(2\ \ 1\sqrt{3})$

3) $(\ \ 1+1\sqrt{2})(-1\ \ 1\ \ )$

[illegible]

[illegible]

4) $(2\ \ 1+1)(2\sqrt{4}-1)$

[illegible]

[illegible]

9) $1\ \ 2-1\sqrt{3}\ \ 1\ \ \sqrt{2}+1\sqrt{3}$

10) $1\ \ 2\ \ 1\ \ 2\ \ 1\ \ 2+1\sqrt{3}$

11) [illegible]

EXERCICIO LXXVIII:

Efetue

[illegible]

EXERCICIO LXXIX

[illegible]

EQUAÇÃO DO 2.° GRAU

EXERCICIO LXXX:

Estudo dirigido

Instruções

1) Leia inicialmente, com o máximo de atenção, o capítulo sôbre equação do 2.° grau de seu livro texto. Respondendo a seguir, as perguntas da primeira parte, na ordem apresentada, escrevendo as respostas nos espaços em branco, após cada questão.

2) [illegible] mente o capítulo indicado.

1.ª Parte

1 [illegible]

2 [illegible]

3 [illegible]

4 [illegible]

5 [illegible]

6 [illegible]

7 [illegible]

8 [illegible]

9 [illegible]

2ª Parte

[illegible]

[illegible]

[illegible]

1 [illegible]

2 [illegible]

3 [illegible]

4 [illegible]

5 [illegible]

6 [illegible]

7 [illegible]

[illegible]

EXERCÍCIO LXXXI

[illegible]

[illegible]

[illegible]

EQUAÇÕES INCOMPLETAS DO 2.° GRAU

EXERCICIO LXXXII

EXERCICIO LXXXIII:

EXERCICIO LXXXIV:

lunos do quadro abaixo

EXERCICIO LXXXV:

1

2

Produto das raízes

3 Que valores de p uma das raízes da equação

$$px^2 + 1 = x$$

é o triplo da outra?

4) No equação

5) Na equação $3x^2 - mx - 4 = 0$

Relação que existe entre m e A

6

DISCUSSÃO DA EQUAÇÃO DO 2.º GRAU

Estudo dirigido

EXERCICIO LXXXVI:

a) Preliminares

É bom você lembrar que

1) $\sqrt{0} = 0$

2 Não existe raiz

negativa

3) Um número mais zero

é igual ao próprio

b) Leia com atenção no

o capítulo referente à

1

2

3

4 [illegible]

5 [illegible]

6 [illegible]

7) A existência das raízes reais depende do discriminante ?

8) Escreva a fórmula geral de resolução da equação

$$ax^2 + bx + c = 0$$

e, a seguir, observando essa fórmula veja se entende por que

1) Quando $\Delta < 0$ a equação não tem raízes reais

2) Quando $\Delta = 0$ a equação tem raízes reais e iguais

3) Quando $\Delta > 0$ a equação tem raízes reais e desiguais

Se não está entendendo leia outra vez com muita atenção o item 8

Se não conseguir, ainda, entender, leia no livro-texto o capítulo aconselhado

9) Confronte os itens 1, 2 e 3 de 8 com [illegible] Resumo [illegible]

EXERCICIO LXXXVII:

Coloque [illegible]
nas colunas da direita com [illegible]
caso

Equação	Discriminante	Raízes iguais	Reais e desiguais [illegible]
[illegible]			
$4x^2 - 12x + 9 = 0$			
$x^2 - x + 1 = 0$			
[illegible]			
$4x^2 + 7x = 0$			

EXERCICIO LXXXVIII:

Resolva os exercícios no caderno de [illegible]

1. Calcule [illegible] na equação [illegible] $= 11$ [illegible]

2. Calcule [illegible] na equação [illegible] de modo que a [illegible] as raízes se a igual a zero

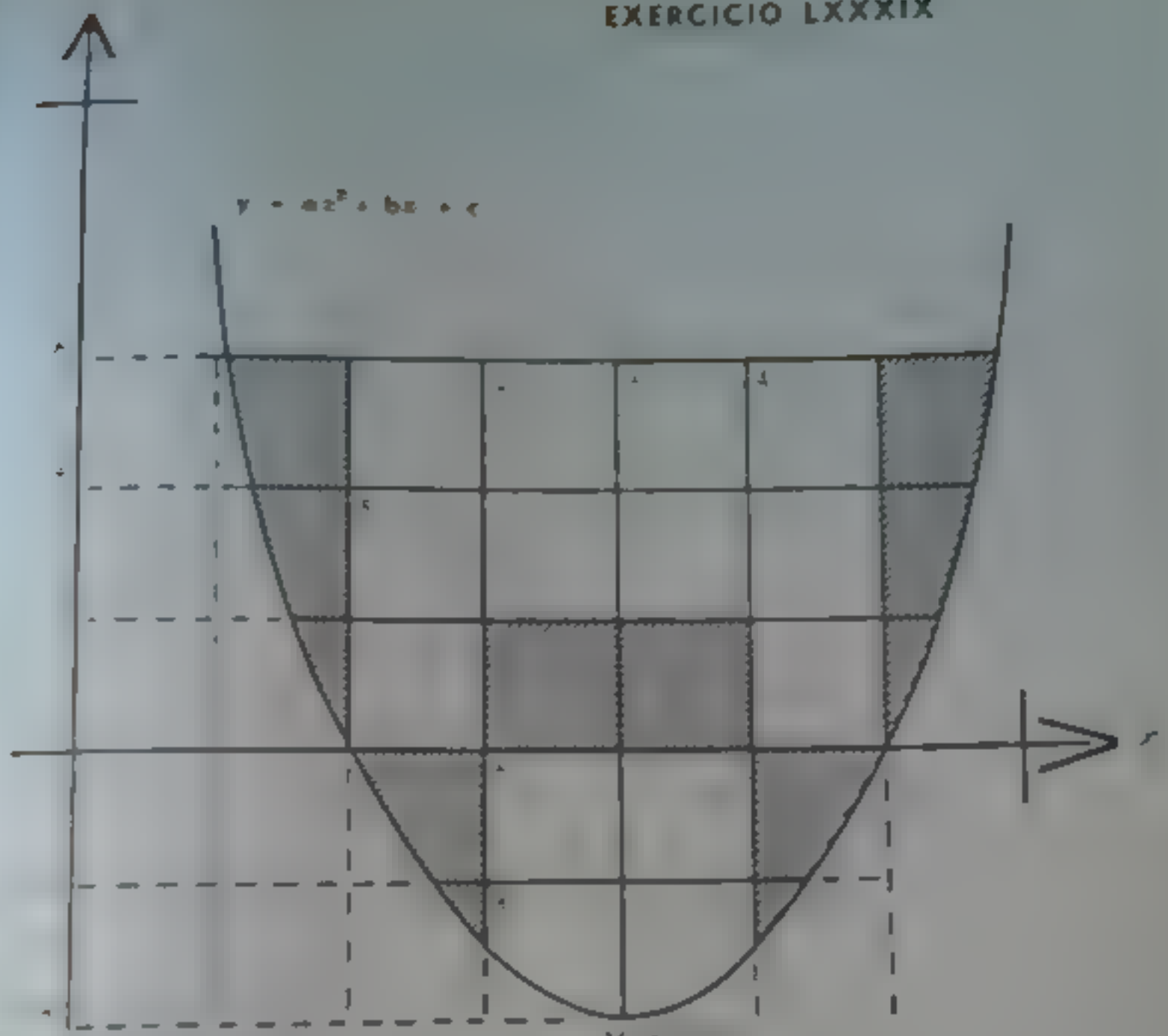
3. Para que valores de [illegible] a equação [illegible] iguais?

4. Na equação [illegible] $x^2 +$ [illegible] iguais

5. [illegible]

6. [illegible]

EXERCICIO LXXXIX



Números cruzados

Horizontais

1) Ano em que o trabalho Lilavati, de Bas[illegible] foi traduzido para o inglês, por [illegible]

5) Ano do nascimento do matemático Bháskara

6) Produto das raízes de $x^2 - 7x + 12 = 0$

[illegible]
$x^3 - 36 = 0$

Verticais

1) Soma dos quadrados das raízes de $x^2 - 15x + 54 = 0$

2) Valor absoluto da menor raiz de $x^2 + 80x = 0$

3) Soma das raízes de $2x^2 - 22x - 1 = 0$

4) Valor do discriminante de [illegible]

6 [illegible]

7 [illegible]

EQUAÇOES REDUTIVEIS A EQUAÇAO DO 2.° GRAU

EXERCICIO XC:

Resolva, no caderno de rascunho, as seguintes equações

1) (Sugestão $x^4 = y$

2) [illegible]

3) [illegible]

4) [illegible]

5) [illegible] (Sugestão $x^{1/4} = y$

6) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

[illegible]

EQUAÇÕES IRRACIONAIS

EXERCICIO XCI:

Resolva, no caderno de rascunho, as seguintes equações

1) [illegible]

2) [illegible]

3) [illegible]

4) [illegible]

5) [illegible]

[illegible]

7) [illegible] $x^2 + 4 \quad x = 0$

8) [illegible] $x^2 \quad 7 + x \quad 7 = 0$

9) $2w = 3 + \sqrt{w^2 + 4w \quad 6}$

10) $2\sqrt{x^2 \quad x + 6} = 7 \quad x$

11) [illegible] $K + 30 - \sqrt{K \quad 1} = 3$

12) [illegible] $10x \quad 1 - \sqrt{x} = 2$

13) [illegible]

14) [illegible] $+ 5 + \sqrt{x} = 4$

15) [illegible] $4y \quad 11 + 1 = 2\sqrt{y}$

16) [illegible] $5p + 10 \quad \sqrt{5p} = 2$

17) [illegible]

18) [illegible]

19) [illegible]

20) [illegible] $\sqrt{y + 3 + 3y + 5} \quad 2 = 0$

Você sabia que

[illegible]

resolver o sistema

[illegible]

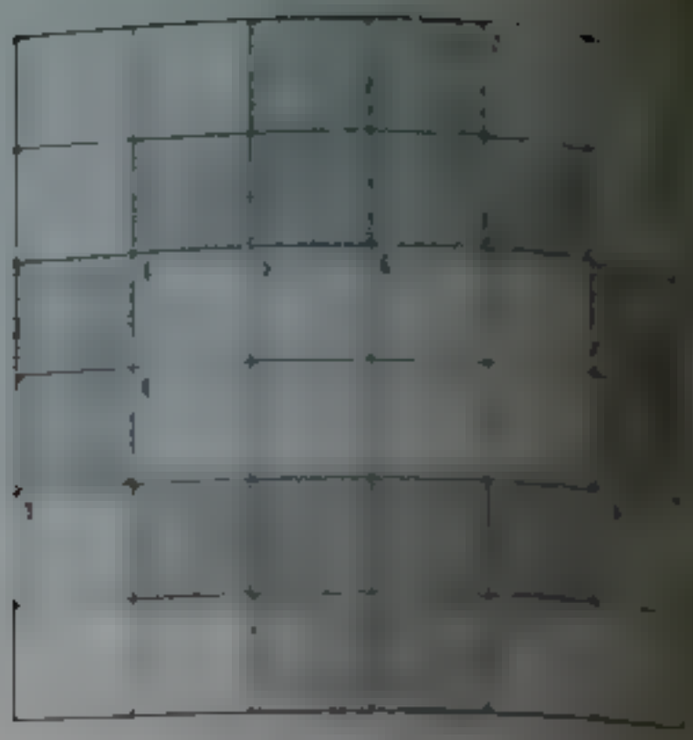
[illegible]

[illegible]

SISTEMAS DO 2.º GRAU

EXERCICIO XCII

10 $\begin{cases} x^2 y \quad xy^2 = 1 \\ x^2 \quad y = 1 \end{cases}$



REVISÃO

EXERCICIO XCIII:

Numeros cruzados - Souzinho

Horizontais

1

2

4

8

11

12

[illegible]

[illegible] se [illegible] para que o monómio [illegible] e o do 4º grau [illegible] idade com [illegible] zinho requereu exame de uma [illegible] de todas as materias do Curso [illegible] horio conseguindo aprovação.

3 [illegible] para que a diferença dos [illegible] $10x + m = 0$ seja igual [illegible]

4 [illegible] para que a expressão [illegible] se a do 2º [illegible]

5 [illegible]

6 [illegible] o quadrado vão as raizes [illegible]

7 [illegible]

[illegible] no número que tem [illegible] anos. (Número de anos [illegible] Souzinha!

[illegible] na equação [illegible] de suas raizes sejam inteiras

SOUZINHA

Joaquim Gomes de Souza [illegible] da inteligencia brasileira o caso mais típico, mais pitoresco [illegible] vante de precocidade na raça [illegible] uma propriedade de seu pai. À margem do Itapecuru no Maranhão no dia 15 de fevereiro de 1829.

Assentou praça de cadete na Escola [illegible] na Faculdade de Medicina com quinze anos. Requereu exame para todas as materias do curso de engenharia com 18 anos, recebendo a 10 de junho de 1848 o grau de bacharel em ciencias matematicas e fisicas. Três meses depois obteve o titulo de doutor de beca e capelo com a defesa de tese [illegible]

[illegible]

das observações diretas" e "Método para a integração da equação diferencial do problema do som". Na mesma época, apareceu na Academia Real das Ciências de Londres, onde revolucionou os meios científicos com as suas memórias sôbre a propagação dos movimentos nos meios elásticos, sôbre a fisiologia geral das ciências matemáticas e uniformização dos métodos analíticos, além de outros, abrangendo Astronomia, Botânica, História e Filosofia.

Em 1855 é e apresentou aos editôres, em Leipzig, uma obra imprevista, Antologia universal em francês, na qual figuravam nos precisos idiomas, catorze literaturas. Faleceu na cidade de Londres, no dia 1º de junho de 1863 com 34 anos de idade.

Em 1862, foi editado em Leipzig um livro com o título **Melanges de Calcul Integral**, onde estavam reunidos alguns dos trabalhos desse homem formidável, que foi matemático, médico, astrônomo, geólogo, financista, engenheiro, historiador, deputado, jurista, crítico literário, um completo erudito, em suma.

Disse-se disse Euclides da Cunha: "Um gênio intelectual, o mais completo cérebro do século".

Você sabia que

[illegible]

... são exemplos de conjuntos um cacho de bananas, um time de futebol, um rebanho, uma classe de alunos etc?...

... os objetos que formam um conjunto são denominados elementos, membros ou pontos do conjunto?

um conjunto é representado em geral por uma letra maiúscula?

um elemento do conjunto é representado em geral por uma letra minúscula?

- se indica que o objeto x é elemento do conjunto A, assim $x \in A$ e se lê x pertence a A?
- se indica que o elemento x não é elemento do conjunto A, assim $x \notin A$ e se lê x não pertence a A?
- em Matemática existem conjuntos com um único elemento?
- O conjunto cujo único elemento é x representa-se por $\{x\}$ e denomina-se conjunto unitário?

.. em Matemática existe um único conjunto sem elementos chamado conjunto vazio e representado por ϕ ou $\{\ \}$?

CONJUNTOS

Você sabia que

[illegible] conjunto [illegible]

[illegible] set, [illegible] ensemble, [illegible] menge [illegible] manojstvo [illegible]

{ 1, 2, 3, }?

o conjunto dos numeros inteiros é de-

{ 3

os numeros fracionarios

conjunto dos numeros fracionarios

vos é denotado por Q+?

conjunto dos numeros fracionarios

negativos é denotado por Q ?

o conjunto dos numeros reais é deno-

tado por R?

o conjunto dos numeros reais positivos

é denotado por R+?

o conjunto dos numeros reais negati-

vos é denotado por R ?

uma outra maneira de se determinar

um conjunto consiste em se dar uma

ou mais propriedades caracteristicas

de seus elementos?

em geral, uma das propriedades ca-

racteristicas dos elementos de um

conjunto é a de pertinencia a outro

conjunto?

se P é o conjunto dos numeros pares,

entao P = { x | x ∈ N e x é divisivel

por 2 } e se lê: P é igual ao conjunto

de todos os x tais que x pertence a N

e é divisivel por 2?

um conjunto A é chamado

mente quando, cada elemento de A for

tambem elemento de B?

... A ... B?

... 1?

... 2 4 5 ... A ... B?

... A ... em B ...

...

...ndo conjunto é ...

...junto?

... que A não é ...

... em A ⊄ B?

... B significa que A possui ...

... um elemento que ...

...ce o B?

...se A ⊄ B não significa ...

A ⊂ B significa que A ⊂ B ...

...

...ere?

A ⊂ A é verdadeiro ...

...ao?

dos conjuntos A e ...

quando e somente ...

{ a, a, b, b, b, c, c, ...

1) $\in \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$ mas $1 \notin \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$?

1) $\notin \{1, 2, 3\}$ mas $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$ e com disso $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$?

[illegible] a Matemática que você estudou, [illegible] estudando e irá estudar, pode ser [illegible] de [illegible]

[illegible] A

[illegible] A

[illegible] A

[illegible] A

6) $\{4\} \subseteq A$

7) $\{1, 2, 3, 3, 3, 4, 3\} = A$

EXERCICIO XCIV

1) Se A = { das letras do alfabeto } e V = { das letras que representam as vogais } preencha as reticências com um dos sinais $\in$ ou $\notin$, conforme o caso.

a) a [illegible] A [illegible]

b) D [illegible] A [illegible] A

c) b [illegible] B [illegible] B

d) o [illegible] C

3) [illegible] sentenças [illegible] V ou F [illegible] o sentido.

a) $1 \in$ [illegible]

b) $\{1$ [illegible] 2

c) $1 \subseteq$ [illegible] 2

d) $\{2$ [illegible] $\subseteq \{$ [illegible]

e) $\{1, 2\} \in$ [illegible]

f) $\{1, 2, 2\}$ [illegible]

g) $\{a, \}$ = [illegible]

h) $a \in \{a, \{a$ [illegible]

i) $\{a$ [illegible] $\subseteq$ [illegible]

j) $\{a, \in$ [illegible]

l) $\{a$ [illegible] $\subseteq$ [illegible]

m) $\{x$ [illegible] $x \in$ [illegible] $\{1, 2$ [illegible]

n) [illegible]

4) [illegible]

[illegible]

[illegible]

$x \in B$?

[illegible] se $A \subset B$ e $B \subset C$, tem-se sempre [illegible]

[illegible] se $A \subset B$ e $B \subset C$, tem-se sempre [illegible]

[illegible]

escrevendo, quais [illegible]

nome de todos os seus elementos [illegible]

letras que representam as vogais [illegible] da palavra [illegible]

[illegible] sinais indo-arábicos }

c) { dos números pares entre 10 e 20 }

e) { dos números ímpares entre 1 e 13 }

f) { x | x é um dia da semana }

g) { x | x é um estado brasileiro, cujo nome começa pela letra P }

[illegible]

i) { x | x ∈ Z [illegible] }

j) { x | x ∈ N e x é múltiplo de 3 }

l) { x | x é um número e 3x − 1 = 8 }

m) { x | x é um número e x² < 0 }

n) { x | x ∈ Z e − 2 < x < 8 }

[illegible]

nor que (c)

p) { x | x ∈ N e x + 1 = x }

q) { x | x ∈ Q e x + 3x + 8 = 4x + 8 }

s) { x | x ∈ N e x² < 17 }

r) Determine quais dos [illegible] A = B ou A ≠ B valem para os seguintes conjuntos

a) A = { x | x ∈ N e x < 5 } e B = { x | [illegible] x [illegible] } [illegible] determine A e B

b) A = { x | x ∈ N e x < 5 } e B = { x | x ∈ N e x [illegible] < 4 }

c) A = { x | x é [illegible] e x é [illegible] } e B = { x | x ∈ N e x é [illegible] }

d) A = { x | x ∈ N e 8 < x < 9 } e B = { x | x ∈ N e x [illegible] 7x [illegible] 2 [illegible] 0 }

junto, denotado por $A \cap B$, chamado **interseção de A com B**?

a interseção de dois conjuntos A e B é o [illegible]

A e [illegible]

. se $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{c, d, e, f, g\}$ então [illegible]

a interseção dos conjuntos A e B pode ser definida assim?

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$?

. $A \cap B \subseteq A$ e $A \cap B \subseteq B$?

. $A \cap B = B \cap A$, isto é, a interseção é comutativa?

. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$, não se [illegible]

se $A \cap B = \emptyset$ então A e B são denominados **conjuntos disjuntos**?

EXERCICIO XCV

Se $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$
$B = \{a, b, c, d\}$, $D = \{e, f, g, h\}$,
$E = \{a, c, e, g\}$, $G = \{b, d, f, h\}$

Complete

a) A [illegible]
b) B [illegible]
c) D [illegible]
d) D [illegible]
e) E [illegible]
f) A [illegible]
g) A [illegible]
h) D [illegible]
i) E [illegible]
j) G [illegible]
k) B [illegible]

Você sabia que

com os elementos de dois conjuntos A e B podemos formar um conjunto, denotado por $A \cup B$, chamado **união de A com B**?

[illegible]ão de dois conjuntos A e B é o [illegible] de todos os elementos que pertencem ou a A ou a B ou a ambos A e B?

se $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4\}$, então $A \cup B$ [illegible]

o união dos conjuntos A e B pode ser definida assim

$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$?

$A \subseteq A \cup B$ e $B \subseteq A \cup B$? [illegible]

comutativa?

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, [illegible]

[illegible] B?

[illegible] $\{a, b\}$ e $B = \{a, b,$ [illegible]

$A \cup B = \{a, b, c, d\}$ e [illegible]

Você sabia que

n uintos A e B, podemos
s elementos de A que
ercem a B, um conjunto, de
A — B chamado **diferença**
se A e B?
e A = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 } e
B = { 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 } então

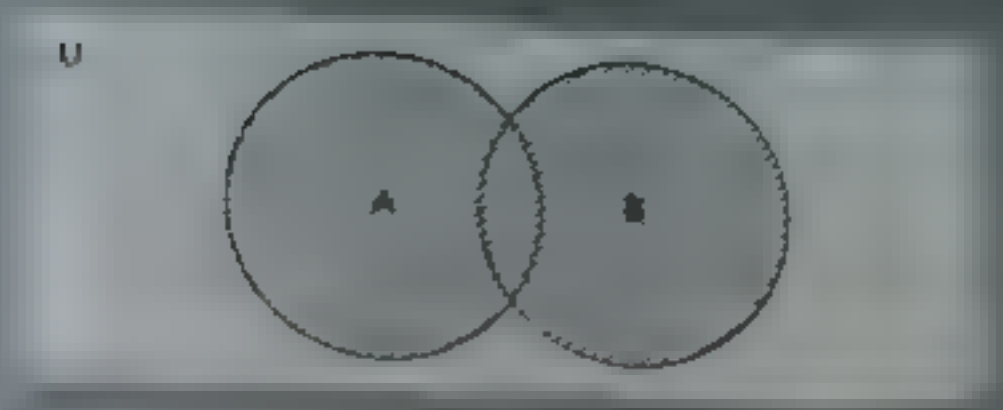
A — B é o mesmo que
A e x ∉ B?
entre os conjuntos A e B

A — B = { x : x ∈ A e x ∉ B }?
se A = { 1, 2, 3 } e B = { 1, 2, 3, 4, 5 },
então A — B = ∅?
se A ⊆ B então A — B = ∅?

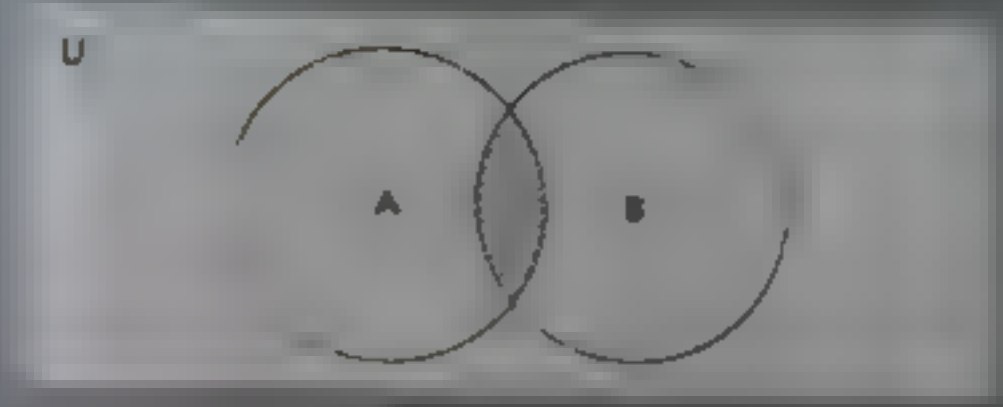
mente de B relativo a A?
é útil supor que os elementos e con-

numa certa ocasião
deroções, são
tos de um mesmo
conjunto universo e
geral pela letra U?
se U é o conjunto
então $C_U A$ é
mente por A'?
é útil também

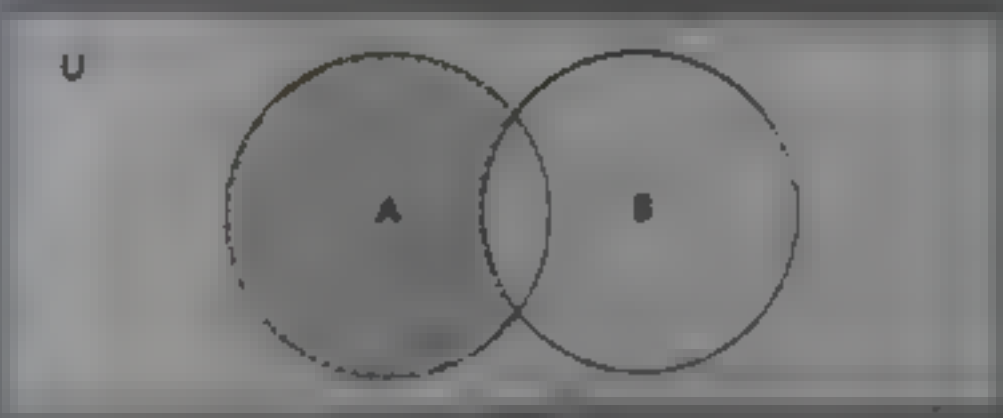
A B



A B



A — B



A

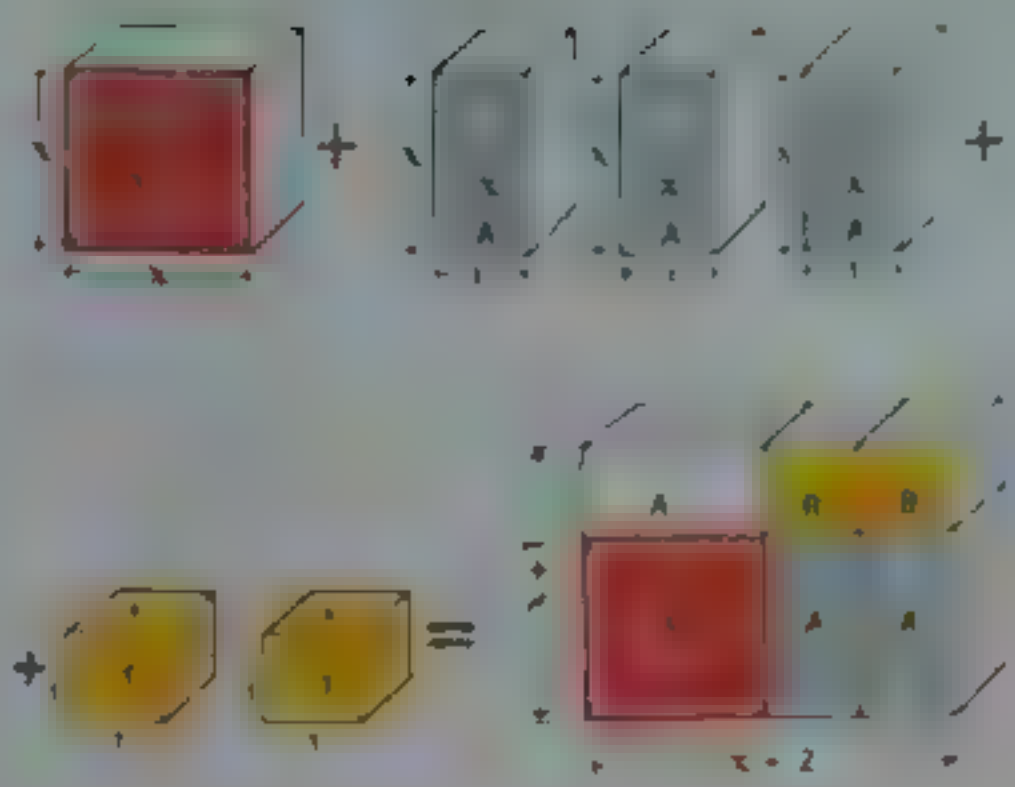
EXERCICIO XCVI

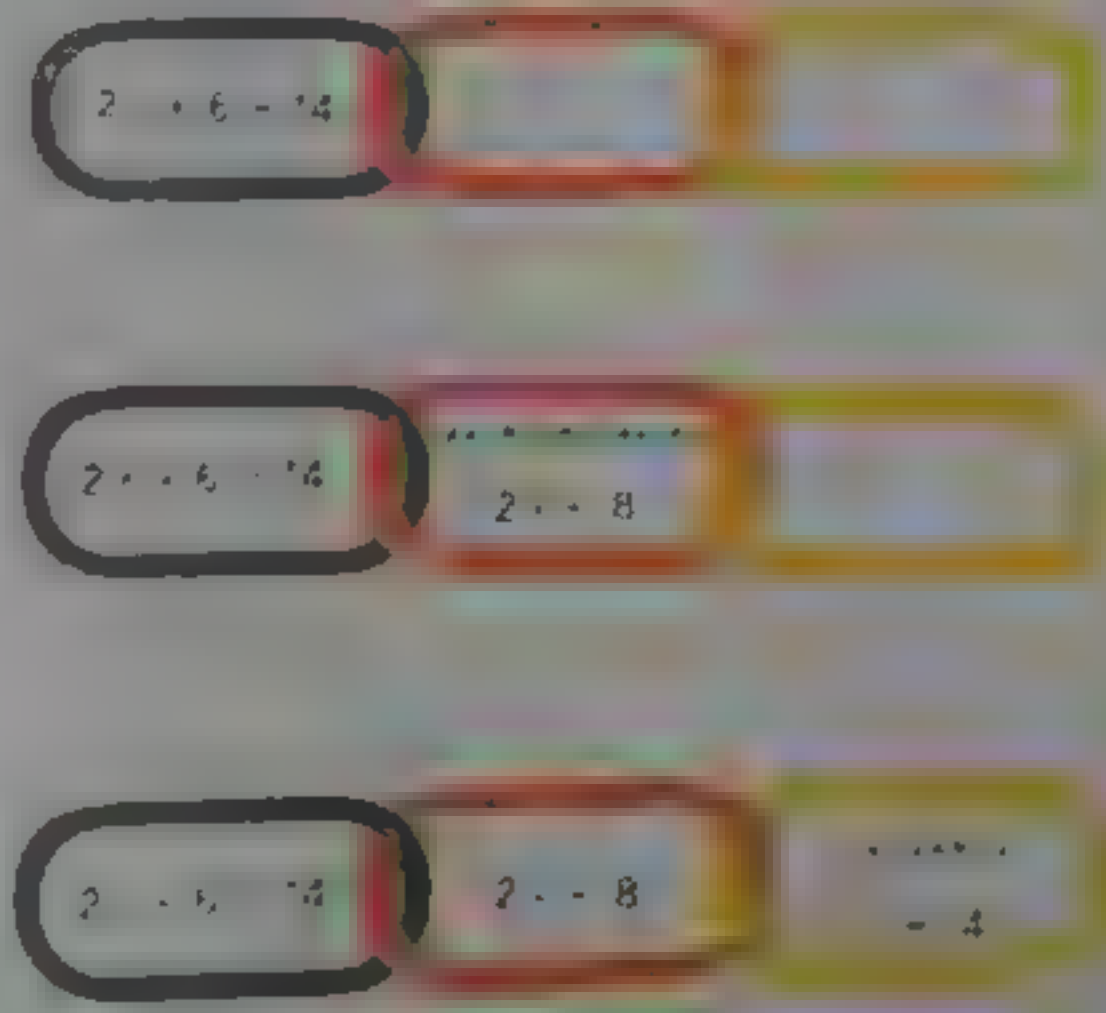
1) Se U = { l, k, m, n, p } A = { l, k }
B = { l, m } e D = { p }, complete

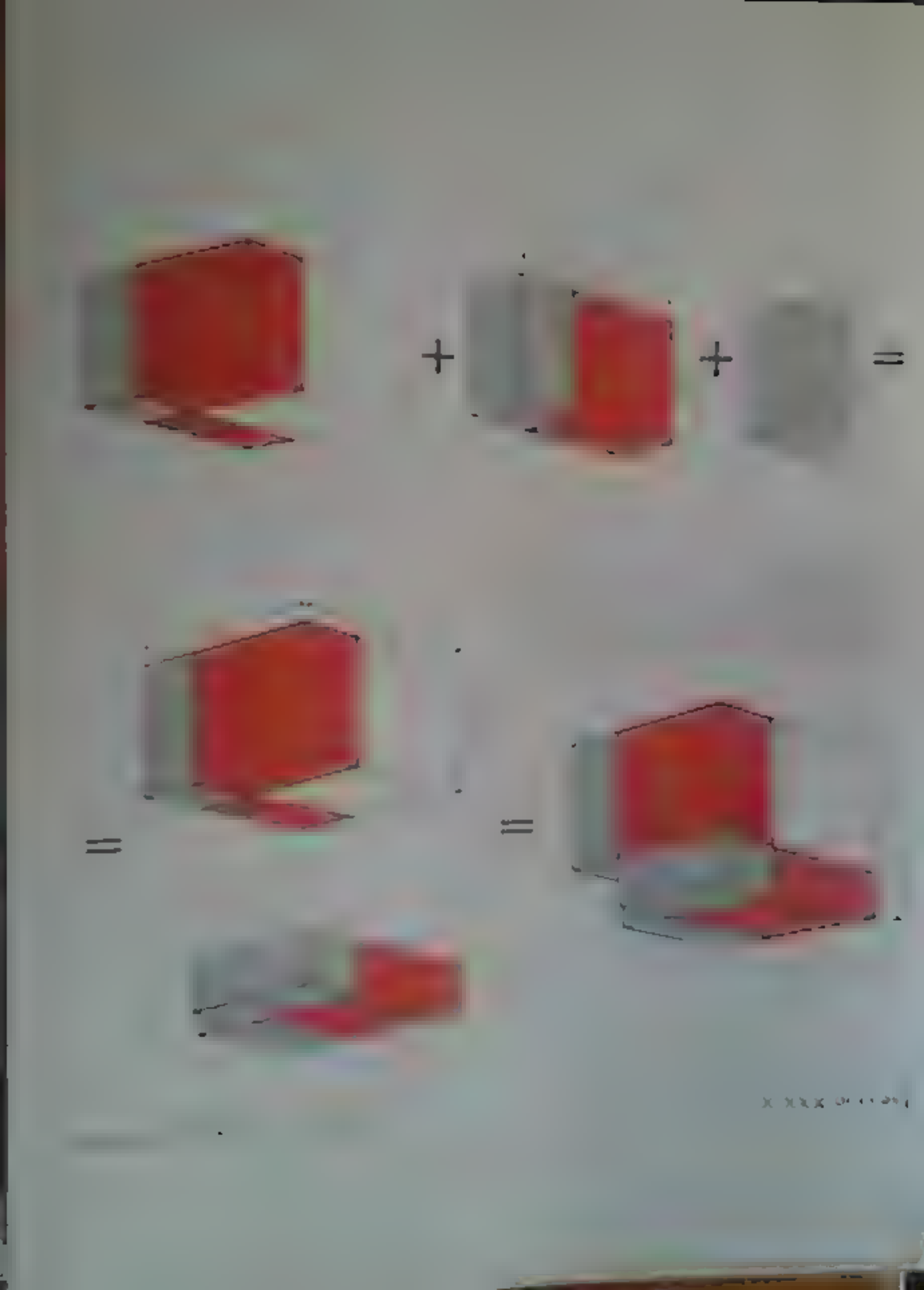
a) A
b) B
c) D' =
d) A' ∩ C
e) A' ∩ B
f) B' ∩ C
g) D' ∪ C
h) B' ∪ D
i) A ∪ C
j) B ∪ C
k) C' ∪ D'
l) A' ∪ B
m) A ∩ B'

2) Se U = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 }
A = { 1, 2, 3, 4 } e B = { 4, 6, 8 }, [illegible]

a) A =
b) [illegible] =
c) [illegible] ∩ [illegible]
d) A ∪ [illegible]
e) A ∩ [illegible]
f) A ∩ [illegible]
g) A ∪ [illegible]
h) A ∪ [illegible]
i) A ∪ [illegible]
j) A ∪ [illegible]
k) A ∩ [illegible]
m) A ∩ [illegible]
n) (A ∪ [illegible]

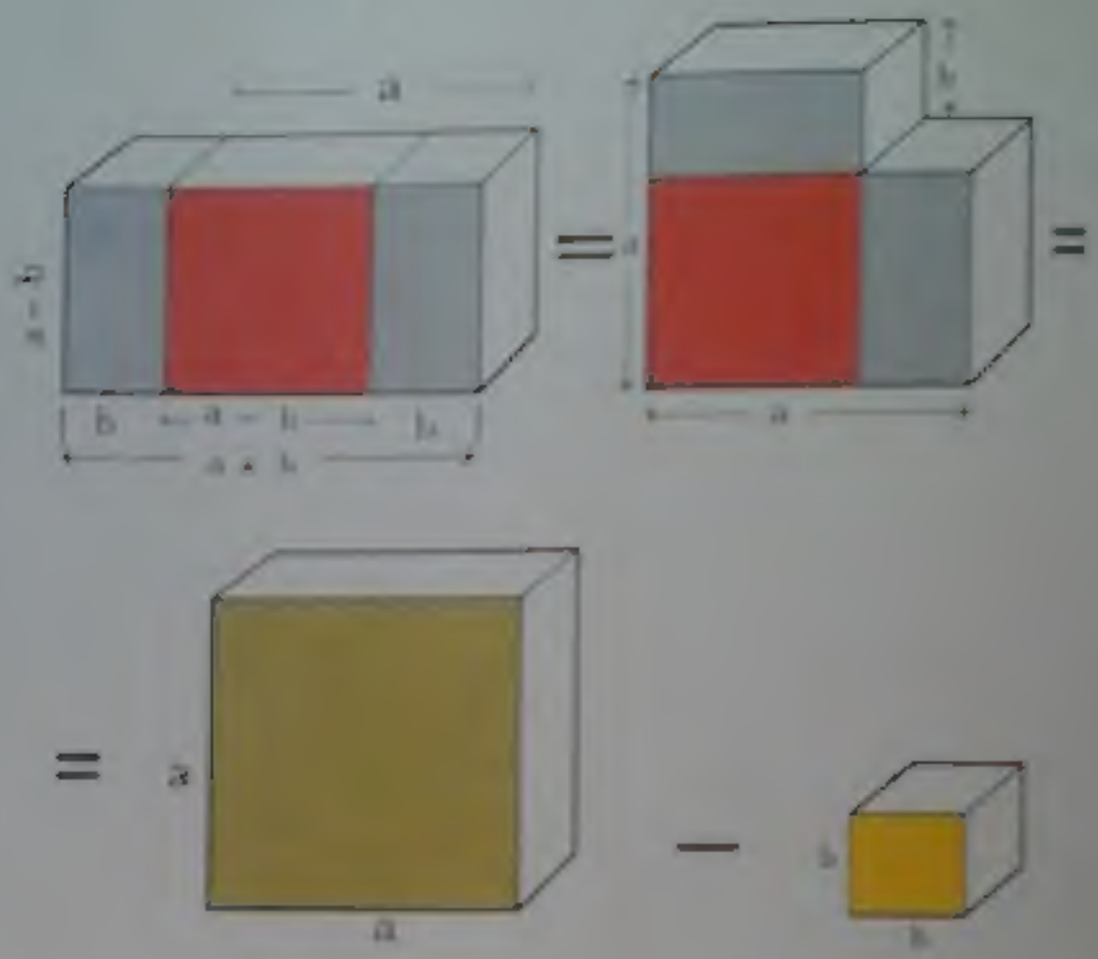






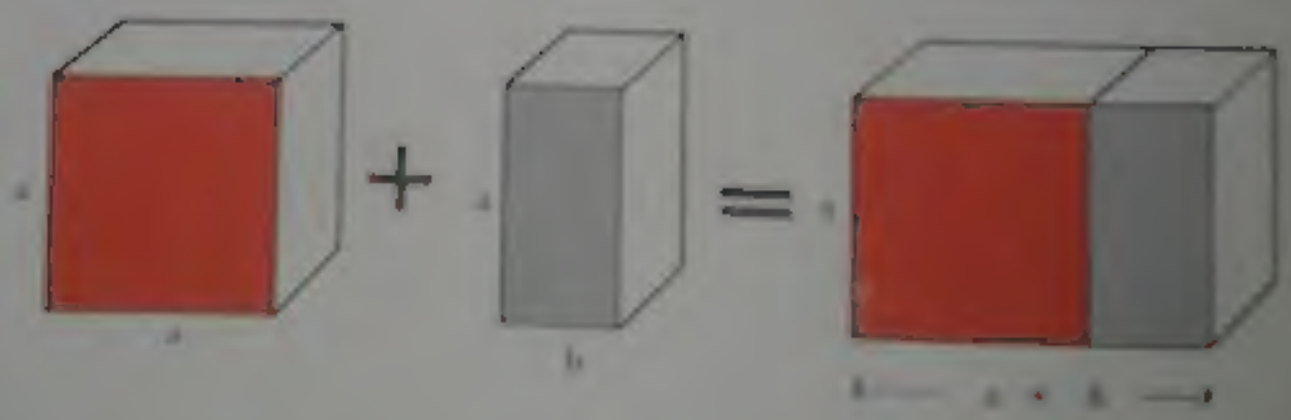
Exercício XXVIII

Fig. 7 Cone no seno assinalado



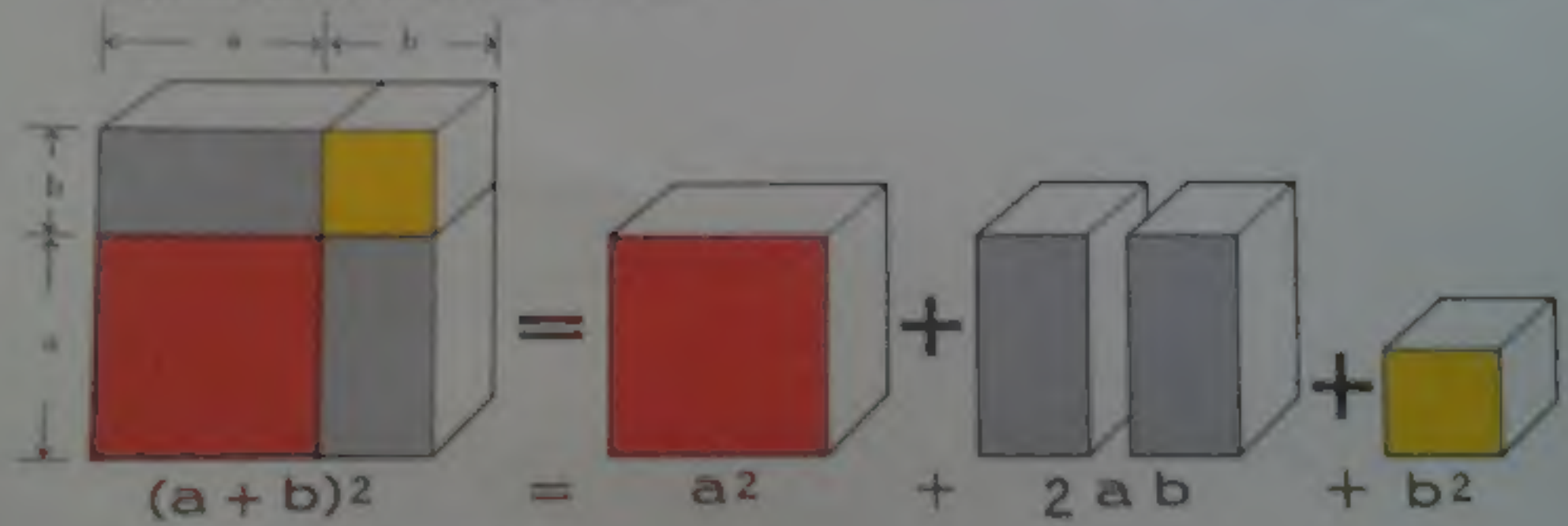
Exercício XXXV

Fig. 8 Cone no seno assinalado



EXERCICIO XXIV

Observando as peças coloridas dos blocos de um "Algeblóc", que aparecem na ilustração, verifique porque é verdadeira a igualdade que se encontra abaixo do mesmo.



Você sabe o que é o "Algeblóc"?

O "Algeblóc" é um material didático, inventado pelo professor belga E. Van Lijende para facilitar a aprendizagem das operações algébricas, dos produtos notáveis e da fatoração.

Consta de 15 blocos de madeira	3 paralelepípedos	verdes de 7 cm x 7 cm x 2 cm
1 cubo maciço de 7 cm de aresta	3 "	azuis de 5 cm x 5 cm x 2 cm
1 cubo liso de 5 cm de aresta	3 "	vermelhos de 2 cm x 2 cm x 7 cm
1 cubo amarelo de 2 cm de aresta	3 "	pretos de 2 cm x 2 cm x 5 cm

Estas cores e dimensões podem ser modificadas, contanto que a maior dimensão seja a soma das duas outras. Temos apenas 3 dimensões: 7 cm, 5 cm e 2 cm, as quais chamaremos de a, b, c.

Nos blocos não devem ser escritos números ou letras. Conforme o caso, considerem-se os blocos ou operações de outra forma.

Esse material pode ser construído pelo próprio aluno, com a ajuda da professora de Trabalhos Manuais.

Nesse caderno serão apresentadas algumas provas mostrando o uso do "Algeblóc".

paginação

Guarnieri Calvi

ilustrações

Vanildival José de Oliveira

capa

Flávio Lopes Cypriano

Esta obra foi executada pela
Rio Gráfica e Editora Ltda. para a
FENAME — Fundação Nacional de Material Escolar
em 1981

fundação nacional de material escolar

Preço em todo o Brasil: Ncr$ 1,00